**Ezt kell tudni geometriából a 9. osztály végéig**

***Térelemek:*** Pont, egyenes és sík. Alapfogalmak, nincs definíciójuk.

Axiómák: Pl. Két ponton át egy egyenes húzható. Két különböző egyenesnek 0 vagy 1 metszéspontja lehet. stb.

***Párhuzamosság:*** Két egyenes akkor párhuzamos, ha egy síkban vannak, de nincs metszéspontjuk.

***Szakasz:*** Egy egyenesnek két pontja közé eső része. (A pontokkal együtt egy zárt szakaszt alkot, a végpontok nélkül *nyílt szakasz* a neve.)

***Távolság***: Olyan függvény, mely bármely pontpárhoz nemnegatív valós számot rendel.

Jelölései: *AB*, *AB*, vagy *d*(*A*;*B*) .

3 tulajdonsága:

* AB=BA
* 
*  (Háromszög-egyenlőtlenség)

*********Szög:*** A [sík](http://hu.wikipedia.org/wiki/S%C3%ADk_%28geometria%29) egy pontjából kiinduló két félegyenes két *szögtartomány*ra bontja a síkot. A „szög” szó jelentheti a szögtartományt, illetve a félegyeneseket is (szögvonal). Azt, hogy a két szögtartomány közül melyikről van szó, a szárak közé rajzolt megfelelő körívvel jelezzük. A félegyenesek közös pontját a szög csúcsának, a félegyeneseket a szög szárainak nevezzük.

Ha a két félegyenes egybeesik, nullszög és teljesszög keletkezik.

**Szögek mérése**: a teljesszög 360-ad részével, ez egy fok.

*Nullszög*: két szára azonos, nagysága 0°.

*Derékszög*: olyan szög, amely egyenlő a mellékszögével 90°.

*Egyenesszög*: olyan szög, amelynek a szárai egyenest alkotnak. Nagysága 180°.

**Szögtípusok***:*Nullszög < hegyesszög< derékszög< tompaszög< egyenesszög< homorúszög<teljesszög.

*Konvex szögek*: az egyenesszögnél kisebb szögek, tehát a nullszög, a derékszög, továbbá a hegyesszögek és tompaszögek.

***Merőlegesség:*** Két egyenes/szakasz merőleges egymásra, ha szögük derékszög, azaz 90o.

*Nevezetes szögpárok:*

1. **Pótszögek**: két olyan szög, amelyek összege derékszög.
2. **Mellékszögek**: két olyan szög, amelyeknek egy-egy szára azonos, a másik kettő pedig egyenest alkot. Összegük 180o.
3. **Kiegészítő szögek**: két szög, amelyek összege egyenesszög (180o).



**Párhuzamos szárú szögek** egyenlők vagy kiegészítő szögek. Az egyállású szögek (1.), váltószögek (2.), csúcsszögek (3.) mindig egyenlők.

****

**A merőleges szárú szögek** egyenlők vagy kiegészítő szögek.

***Kör:*** A **kör** vagy körvonal egy [sík](http://hu.wikipedia.org/wiki/S%C3%ADk) azon [pontjainak](http://hu.wikipedia.org/wiki/Pont_%28geometria%29) [halmaza](http://hu.wikipedia.org/wiki/Halmaz) (más szóhasználattal [*mértani helye*](http://hu.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9rtani_hely)), amelyek a sík egy meghatározott pontjától (*középpont*) adott [távolságra](http://hu.wikipedia.org/wiki/T%C3%A1vols%C3%A1g) (*sugár*) vannak. *Körlap*nak nevezzük azon pontok halmazát, melyekre a távolság kisebb vagy egyenlő a sugárral.

**Kör részei, körrel kapcsolatos fogalmak**

A **sugár** *(r)* a kör középpontját és a kör egy pontját összekötő szakasz.

A **húr** *(h)* olyan szakasz, melynek két végpontja a körvonal két pontja.

Az **átmérő** *(d)* olyan húr, mely áthalad a *K* körközépponton (*K* a felezőpontja). Az átmérő hossza kétszer akkora, mint a sugár hossza ( *d=2r* ).

A **szelő** *(g)* olyan egyenes, amely két pontban metszi a körvonalat.

Az [**érintő**](http://hu.wikipedia.org/wiki/%C3%89rint%C5%91) *(e)* olyan [egyenes](http://hu.wikipedia.org/wiki/Egyenes), amelynek pontosan egy közös pontja van a körrel.

**Körszelet:** A körlapot egy húr két körszeletre bontja. A körlapot egy átmérő két félkörre bontja. (A félkör speciális körszelet.)

A kör [kerülete](http://hu.wikipedia.org/wiki/Ker%C3%BClet_%28geometria%29): ***K* = 2*r*π**.

A kör [területe](http://hu.wikipedia.org/wiki/Ter%C3%BClet): ***T* = *r*2π**.

**Középponti szög**: olyan szög, melynek csúcsa egy kör középpontja. Lehet homorúszög is.

Az **ív** a körvonal két pontja közé eső része. Egy körben egy körív hossza egyenesen arányos a hozzá tartozó középponti szög nagyságával. Ki lehet számolni egy körív hosszát a következő képlettel:

$$\frac{ív hossza}{kör kerülete}=\frac{középponti szög}{360°}$$

**Körcikk**: a körnek két sugár közé eső része. Egy körben egy körcikk területe egyenesen arányos a hozzá tartozó középponti szög nagyságával. Ki lehet számolni egy körcikk területét a következő képlettel:

$$\frac{körcikk területe}{kör területe}=\frac{középponti szög}{360°}$$

Összefüggés egy körcikk ívhossza (*i*), sugara *(r)* és a körcikk területe között:

$$Körcikk területe=\frac{i∙r}{2}$$

**Körrel kapcsolatos kis tételek:**

1. A körben az átmérő a leghosszabb húr.
2. Minden húr felezőmerőlegese áthalad a kör középpontján.
3. Az érintő merőleges az érintési pontba húzott sugárra.
4. Egy külső pontból a körhöz húzott két érintőszakasz mindig egyenlő.
5. Egy külső pontból a körhöz húzott két érintőszakasz által bezárt szög szögfelezője mindig áthalad a kör középpontján.



Két kör **koncentrikus**, ha középpontjuk azonos.

A **körgyűrű** két koncentrikus kör közé eső pontok halmaza.

Ha két kör nem koncentrikus, akkor a középpontjaikat összekötő egyenest a körök **centrálisának** nevezzük.

Két kör kívülről és belülről is érintheti egymást, ilyenkor az érintési pont a centrálisra esik.

**Sokszögek:** háromszögek, négyszögek, ötszögek, stb.

* **Belső szög**: egy sokszög csúcsában találkozó két oldal által bezárt, a sokszög belseje felé eső szög.
* **Külső szög**: egy sokszög egy belső szögének mellékszöge.

**Konvex sokszög**: minden szöge kisebb 180°-nál.

* Az *n* oldalú konvex sokszög belső szögeinek összege $\left(n-2\right)∙180°$.
* Az *n* oldalú konvex sokszög külső szögeinek összege 360°. Itt minden csúcsnál csak egy külső szöget tekintünk.
* Az *n* oldalú konvex sokszög átlóinak száma: $\frac{n∙\left(n-3\right)}{2}$ .

**Szabályos sokszög**: Minden oldala és minden belső szöge egyenlő.

### Háromszögek:

* Minden háromszögben igaz, hogy bármelyik két oldal összege nagyobb a harmadik oldalnál.
* Minden háromszögben igaz, nagyobb oldallal szemközt nagyobb szög fekszik.
* Minden háromszög belső szögeinek összege 180°.
* A háromszög bármelyik külső szöge egyenlő a nem mellette fekvő két belső szög összegével. Ez a *külsőszög-tétel*. *Ábra* →

**Speciális háromszögek**

* Az **egyenlő oldalú háromszög** minden oldala azonos hosszúságú. Egyben minden belső szöge is ugyanakkora, mégpedig 60°; tehát [szabályos sokszög](http://hu.wikipedia.org/wiki/Szab%C3%A1lyos_soksz%C3%B6g).
* Az **egyenlő szárú háromszög**nek legalább két oldala azonos hosszúságú. Egyben két belső szöge is ugyanakkora (az alapon fekvő szögek).
* A derékszögű háromszögnek van egy derékszöge.
* A hegyesszögű háromszögnek mindhárom szöge hegyesszög.
* A tompaszögű háromszögnek egyik szöge tompaszög.
* Az **általános háromszög** belső szögei különbözőek és egyik sem derékszög.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/96/Triangle.Equilateral.svg/120px-Triangle.Equilateral.svg.pngEgyenlő oldalú háromszög | http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/1/14/Triangle.Isosceles.svg/78px-Triangle.Isosceles.svg.pngEgyenlő szárú háromszög | http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/93/Triangle.Scalene.svg/120px-Triangle.Scalene.svg.pngÁltalános háromszög |

[Pitagorasz tétel](http://hu.wikipedia.org/wiki/Pitagorasz-t%C3%A9tel)e (ez egy megfordítható, azaz oda-vissza igaz tétel):

Egyrészt kimondja, hogy bármely **derékszögű** háromszögben az átfogó négyzete megegyezik a két befogó négyzetének összegével – ha *c* az átfogó, *a* és *b* pedig a két befogó, akkor a tétel az alábbi alakban írható le:



Ha egy háromszög oldalaira igaz ez az egyenlőség, akkor „*c*”-vel szemközt derékszög van.

Ha nem igaz a fenti egyenlőség, akkor is ad információt: ha a bal oldal nagyobb, akkor *c*-vel szemközt tompaszög van, ha a bal oldal kisebb, akkor *c*-vel szemközt hegyesszög van.

Thalész tétele: (ez is egy megfordítható, azaz oda-vissza igaz tétel)

**a)** A **derékszögű** háromszög körülírt körének középpontja az átfogó felezőpontjába esik.

**b)** Ha egy [kör](http://hu.wikipedia.org/wiki/K%C3%B6r) átmérőjének A és B végpontját összekötjük a körív A-tól és B-től különböző tetszőleges C pontjával, akkor az ABC [háromszög](http://hu.wikipedia.org/wiki/H%C3%A1romsz%C3%B6g) C-nél lévő [szöge](http://hu.wikipedia.org/wiki/Sz%C3%B6g) [derékszög](http://hu.wikipedia.org/wiki/Der%C3%A9ksz%C3%B6g) lesz.

**a)** és **b)** együtt kimondva: Azon pontok halmaza, ahonnan egy AB szakasz derékszögben látszik, egy AB átmérőjű körvonal, az A és B pontok kivételével. (E körvonalat az AB Thalész-körének nevezzük.)

*A háromszög területképletei:*



 , ahol „*s”* a kerület fele. (Héron-képlet)

 , ahol $ρ$ (ró) a beírt kör sugara, „*s”* pedig a kerület fele.

 , ahol „*R”* a körülírt kör sugara.

**Háromszögek nevezetes vonalai és ezek tulajdonságai**

**Magasság**: a csúcsból a szemközti oldal egyenesére bocsátott merőleges.

(A „magasság” szó jelölheti ezt az egyenest, magát a szakaszt és a szakasz hosszát is. Egy feladat szövegéből általában kiderül, hogyan kell érteni.)

A magasságok egy ponton mennek át, neve: **magasságpont**. Ez derékszögű háromszög esetén maga a derékszögű csúcs, tompaszögű háromszög esetén a háromszögön kívül esik.

**Oldalfelező merőlegesek**: Egy ponton mennek át, ez a **körülírt kör középpontja**. Derékszögű háromszögnél ez az átfogó felezőpontja (Thalész), tompaszögű háromszögben a háromszögön kívül esik.





(Belső) **szögfelezők**: Felezik a belső szögeket. Egy ponton mennek át, ez a **beírt kör középpontja**. Ez minden háromszögben a háromszög belsejébe esik.



**Súlyvonalak**: egy csúcsot és a szemközti oldal felezőpontját összekötő szakasz (hossza). A három súlyvonal egy pontban, a **súlypont**ban metszi egymást. A súlypont mindhárom súlyvonalnak (csúcstól távolabb eső) harmadolópontja.



**Középvonalak**: Két oldalfelező pontot összekötő szakasz. Hossza feleakkora, mint a vele szemközti (tőle diszjunkt) háromszögoldal, és párhuzamos is vele. A három középvonal négy egybevágó kisebb háromszögre bontja az eredeti háromszöget.

**…és mi kell még? :)**

**Négyszögek** – a tulajdonságok, területképletek külön táblázatban!

**Transzformációk** (szerkesztésük, tulajdonságaik is kellenek):

* *tengelyes tükrözés*
* *eltolás*
* *elforgatás* → ennek speciális esete a *középpontos tükrözés*.

**Alapszerkesztések**:

* szakasz és szög másolása, felezése
* adott egyenesre merőleges és vele párhuzamos szerkesztése
* szabályos háromszög, hatszög és négyzet szerkesztése
* nevezetes vonalak és körök szerkesztése háromszögben