

Matematika plusz 10. Z osztály

1. alkalom (gondolkodtató, mókás feladatok)

1. Van 27 pénzdarabunk, melyek közül egy hamis, ez egy kicsit könnyebb a többinél. Egy kétkarú mérlegen 3 méréssel válasszuk ki a hamis pénzt!
2. Van 12 pénzdarabunk, melyek közül egy hamis, ennek tömege egy kicsit eltér a többitől – hogy könnyebb vagy nehezebb a többinél, azt nem tudjuk. Egy kétkarú mérlegen 3 méréssel válasszuk ki a hamis pénzt!
3. Egy édességüzemben 10 gép zacskózza be a cukorkákat. Minden cukorka 1 dkg tömegű, és minden zacskóban 25 cukorkának kell lennie. A zacskók tömege is 1 dkg. Egyik gép elromlik, és csak 24 cukorkát tesz minden zacskóba – de nem tudjuk, melyik az. Van egy precíz mérleg, mely dkg pontossággal mér 0 és 12 kg között. Minden gép legyártott cukorzacskóiból nagy mennyiség áll rendelkezésünkre – egyetlen méréssel meg lehet-e állapítani, melyik gép hibás?
4. Három vándor száll meg egy fogadóban, s vacsorát kérnek a szobájukba a fogadóstól. A fogadós palacsintákat süt, de amikor felviszi az ételt, már mindhárom vándor alszik, ezért a fogadós az asztalon hagyja az ételt. Az egyik vándor felébred az éjjel, megszámolja a palacsintákat, megeszi a neki járó részt, majd elalszik. Később a másik vándor is felébred, azt hiszi, hogy ő ébredt fel először, s ugyanezt teszi. Végül a harmadik vándor is felébred, s hasonlóképp cselekszik. Reggel elmesélik, hogy éjjel mi történt és ennek megfelelően elosztják a maradék palacsintákat. Hány palacsintán és hogyan osztoznak reggel, ha tudjuk, hogy a fogadós este 50-nél kevesebbet süttött?
5. Bizonyos szabály szerint a következő szavakat számokkal írtunk fel:
 $1 + 85 + 6 + 1142 = \text{ENYHE}$
 $135 + 5 + 94 + 16 + 1 + 19 + 410 + 1995 = \text{SZÖKTETNE}$
 $97 + 50 + 81 + 514 + 2417 + 5 + 0 = \text{KÖNYÖKÖN}$

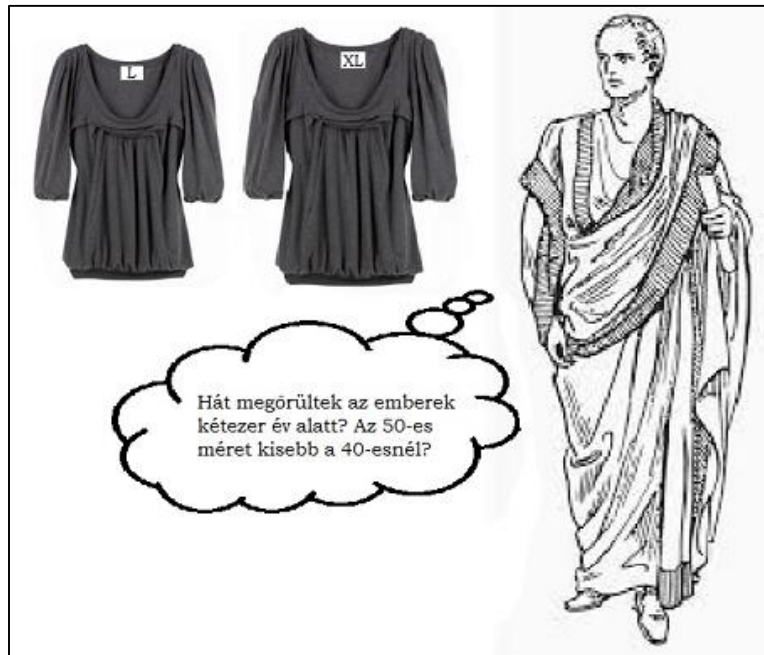
Milyen szó tartozik a szabály szerint a következő számokhoz?

$$930 + 55 + 184 + 582 + 49 + 1811 + 15 =$$



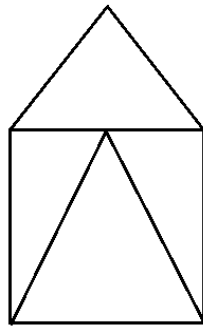
2. alkalom (geometria)

1. Egy vadász 1 km-t délre, 1 km-t nyugatra, 1 km-t északra ment, és ugyanoda jutott, mint ahonnan elindult. Hány oroszlánt lóhet még aznap?
2. Lehetne egy háromszög három magassága 10 cm, 20 cm és 30 cm?
3. Egy háromszög oldalai: 30 cm, 40 cm, 50 cm. Felarabolható-e egy egyenessel úgy, hogy a részekből téglalapot rakhassunk össze?
4. Szerkessz körzővel és (mérőbeosztás nélküli) vonalzóval pontosan $\sqrt{17}$, $\sqrt{23}$, $\sqrt{34}$, $\sqrt{65}$ hosszúságú szakaszokat, ha adott egy egységnyi hosszúságú szakasz!
5. Egy 9 X 4 cm-es téglalapot daraboljunk fel 3 egyenes vágással úgy, hogy a részekből négyzetet lehessen összerakni!

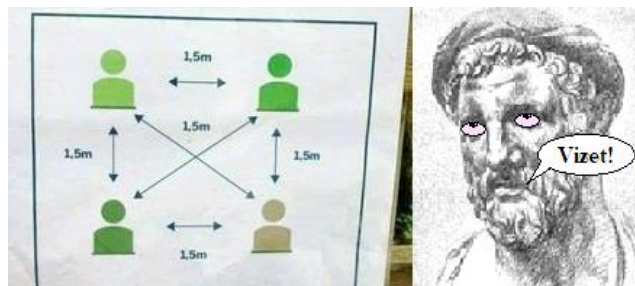
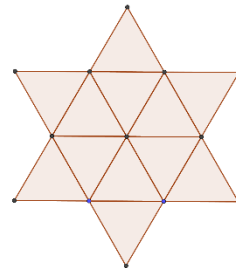


3. alkalom (kombinatorika)

1. Ha hideg idő van, akkor sapkát, kabátot és csizmát veszek. Van ötféle sapkám, három télikabátom és négy csizmám. Hányféleképpen öltözhetek fel, ha sapkából, kabátból, és csizmából is fel akarok venni egyet?
2. Ha enyhébb idő van télen, akkor nem veszek sapkát, csak dzsekit és sportcipőt. Van 6 dzsekim és 4 sportcipőm. Hányféle téli öltözetem lehetséges holnap, ha nem tudom, hideg vagy meleg idő lesz-e?
3. Hányféleképpen színezhajjuk ki az alábbi ábrát az alábbi feltételeknek megfelelően, ha minden területet egyféle színnel színezzük, és négy szín áll rendelkezésünkre: Piros, fehér, zöld, kék.
 - a. Bármelyik rész bármilyen színű lehet
 - b. Csupa különböző színeknek kell lenni
 - c. Kétféle színt kell használni: pirosat és zöldet
 - d. A szomszédos részek eltérő színűek legyenek



4. Felírjuk az összes olyan legfeljebb ötjegyű természetes számot, melyekben csak 0 vagy 1 számjegyek szerepelnek.
 - a. Hány ilyen szám van?
 - b. Hányszor írtuk le az 1-es számjegyet?
 - c. Hányszor írtuk le a 0 számjegyet?
5. Íme, egy ábra szabályos háromszögekből. →
 - a. Hány háromszög látható az ábrán?
 - b. Hány rombusz látható az ábrán?



Pitagorasz véleménye

4. alkalom (oszthatóság)

- Hétjegyű számokat készítünk az 1,2,3,4,5,6,7 számjegyek (egyszeri) felhasználásával.
 - E számok közül melyik a legnagyobb, amely osztható 5-tel?
 - Melyik a legnagyobb ilyen szám, amely osztható 3-mal?
 - Melyik a legnagyobb ilyen szám, amely osztható 7-tel?
- Igazold, hogy ezek a számok nem prímszámok!
 - $3^{2022} + 1$
 - $6^{2022} - 1$
 - $22^{2022} - 13^{2022}$
 - $2^{2022} \cdot 5^{2022} - 7$
 - 11111111....1 (2022 db 1-es)
 - 11111111....1 (35 db 1-es)
- Az első száz prímszám összege páros vagy páratlan?
 - Milyen számjegyre végződik az első száz prímszám szorzata?
- Az alábbi tizenöt jegyű **A** számból hiányzik két számjegy – ezeket x és y jelöli:

$$\mathbf{A} = 123456789x4321y$$

Milyen számjegy kerüljön az x és y helyére, hogy az **A** szám osztható legyen

- 4-gyel?
 - 5-tel?
 - 9-cel?
 - 24-gyel?
 - 45-tel?
- Két gátfutó két egymás melletti futópályán edz. Egyikük a gátakat 75 dm-enként, a másikuk pedig 70 dm-enként rakja le a saját pályájára. A két atléta első gátja egymás mellett van. Hány méter után lesz legközelebb egymás mellett két gát?

